山 东 大 学

二〇一六年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码 829 科目名称 量子力学

（答案必须写在答卷纸上，写在试题上无效）

一、计算（25 分）

计算入射粒子在一维阶跃势

$$V(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ V_0, & x>0\end{cases}$$

其中$V_0>0$,

(1) 当$E>V_0$时的反射率R与透射率T,

(2) 当$E<V_0$时的反射率R与透射率T。

二、计算（25 分）

一个质量为μ的粒子，处于势阱$V(x)=\begin{cases}0, & 0\le x\le a\\ \infty, & x<0, x>a\end{cases}$中，$t=0$时，其归一化波函数为

$$\psi(x,0)=\sqrt{\frac{2}{5a}}\left(1-4\cos\left(\frac{\pi x}{a}\right)\right)\sin\left(\frac{\pi x}{a}\right)$$

求：(1) 在$t=0$时可测量的能量值及其几率；

(2) 在$t>0$时刻的波函数$\psi(x,t)$；

(3) 在$t>0$时刻的能量平均值$\langle H\rangle$.

三、计算（25 分）

一个质量为 m，不计自旋的带电粒子在静磁场中的哈密顿量可表为：

$$H=\frac{1}{2m}(\vec{P}-\frac{e}{c}\vec{A}(\vec{r}))^2$$

其中 P 为粒子的动量，A 为磁场的矢势。设磁场沿 z 方向的静磁场 B_0，其矢势可表示为：$A=-B_0 y e_x$。e_x表 x 方向的单位矢量。

（1）证明：该粒子动量的 x，z 方向的分量 p_x、p_z为守恒量。

（2）求该系统的量子化能级。

四、计算（25 分）

粒子在中心力场$V(r)$中运动，本征方程为$\hat{H}_0|nlm\rangle=E_{nl}^{(0)}|nlm\rangle$。若在$\hat{H}_0$上依次附加$\hat{H}_1=\alpha(\hat{L}_x^2+\hat{L}_y^2)$与$\hat{H}_2=\beta\hat{L}_y^2$（$\alpha,\beta$均为正实数，且$\beta<<\alpha$）。求

（1）$\hat{H}=\hat{H}_0+\hat{H}_1$的本征函数与本征值，及能级简并度；

（2）对$n=3, l=1$，$\hat{H}=\hat{H}_0+\hat{H}_1+\hat{H}_2$的本征值至一级近似，并求出零级近似波函数。

五、计算题（共 25 分）

(1) 对于电子自旋态$\chi_{1/2}(\sigma_z=1)$，求σ_x的可能值及相应的概率；(2) 对于$\sigma_x=1$的自旋态，求σ各分量的可能值及相应概率，以及σ的平均值。

六 、计算题（共 25 分）

两个自旋$S=\frac{1}{2}$的质量 m 的粒子组成一个体系，两粒子之间的相互作用势$V=a(2-\overline{\vec{\sigma}_1.\vec{\sigma}_2})r^2$，其中 a 是正实数，$\vec{S}_1$，$\vec{S}_2$是粒子 1，2 的自旋，r 是它们之间的距离。

（1）在质心系中写出体系的哈密顿量，证明体系总自旋$\hat{\vec{S}}^2$与S_z是守恒量。

（2）令体系波函数$\psi(\vec{r},s_{1z},s_{2z})=\psi(\vec{r})\varphi_{sms}(s_{1z},s_{2z})$，$\varphi_{sms}$为$\hat{\vec{S}}^2$与$S_z$的共同本征波函数，给出$\psi(\vec{r})$满足的方程，分别在 S=0，S=1 的情况下求出体系的能量。

（3）设两粒子非全同，求体系的基态能量，并给出简并度。

（4）设两粒子是全同的，求体系的基态能量，并给出简并度。