

# 山 东 大 学

## 二〇一五年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码 829                      科目名称 量子力学

(答案必须写在答卷纸上, 写在试题上无效)

### 一、论述 (共 25 分)

讨论以下波函数的归一化问题:

(1) 粒子在宽为  $a$  的一维无限深势阱中运动, 设态函数为:

$$\psi(x) = A \sin \frac{\pi x}{a} \quad (0 \leq x \leq a), \quad \text{求 } A \text{ 使波函数归一。}$$

(2) 设  $\psi(x) = A \exp\left(-\frac{1}{2} \alpha^2 x^2\right)$ ,  $\alpha$  为已知常数, 求归一化常数  $A$ 。

(3) 设  $\psi(x) = \exp(ikx)$ , 粒子的位置概率分布如何? 能否归一?

(4) 设  $\psi(x) = \delta(x)$ , 粒子的位置概率分布如何? 能否归一?

### 二、计算 (共 25 分)

一个质量为  $m$  的粒子在一维无限深势阱 ( $0 \leq x \leq a$ ) 中运动,  $t=0$  时刻的初态波函数为

$$\psi(x, 0) = \sqrt{\frac{8}{5a}} \left(1 + \cos \frac{\pi x}{a}\right) \sin \frac{\pi x}{a}$$

(1) 在后来某一时刻  $t_0$  的波函数是什么?

(2) 体系在  $t=0$  和  $t=t_0$  时的平均能量是多少?

考试结束后请与答卷一起交回

### 三、证明题 (共 25 分)

质量为  $\mu$  的粒子在球势阱  $V(r) = -\gamma \delta(r-a)$  ( $\gamma, a > 0$ ) 中运动, 求该粒子存在束缚态的条件。

### 四、计算 (共 25 分)

设在  $H^0$  表象中

$$H = \begin{bmatrix} E_1^{(0)} + a & b \\ b & E_2^{(0)} + a \end{bmatrix} \quad (a, b \text{ 为实数}) \quad (1)$$

用微扰论求能量修正量 (到二级近似), 严格求解与微扰论计算值比较。

### 五、计算题 (共 25 分)

一具有磁矩自旋  $\frac{1}{2}$  粒子放于沿  $x$  轴方向的一常磁场中。在  $t=0$  时, 发现粒子具有

$$S_x = \frac{1}{2}。 \text{求在以后任意时刻发现具有 } S_y = \pm \frac{1}{2} \text{ 粒子的概率。}$$

### 六、计算题 (共 25 分)

质量为  $m$  无自旋的粒子受到中心力势  $V(r) = -\frac{\hbar^2}{ma^2} \frac{1}{\cosh^2(r/a)}$  的散射, 其中  $a$

是常数。已知方程  $\frac{d^2 y(x)}{dx^2} + K^2 y(x) + \frac{2}{\cosh^2 x} y(x) = 0$  有解

$y(x) = e^{\pm iKx} (\tanh x \mp iK)$ 。在低能下, 求粒子能量为  $E$  时,  $s$  分波的散射截面及其角分布。

考试结束后请与答卷一起交回