

# 山东大学

## 二〇一八年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码 828

科目名称 电动力学

(答案必须写在答卷纸上, 写在试题上无效)

### 一、简答题 (共 3 题, 每题 10 分)

- 1、给出线性介质的电磁性质方程 (或本构方程), 即电位移和电场强度, 磁场强度和磁感应强度, 以及导体中电流密度和电场强度的关系。
- 2、写出在静磁场中两介质分界面上矢势满足的边值关系。
- 3、什么是库伦规范、洛伦兹规范?

### 二、计算或证明题 (共 6 题, 每题 20 分)

- 1、电荷  $Q$  均匀分布于半径为  $a$  的球体内, 求球内外各点的电场强度, 并由此直接计算电场的散度。
- 2、利用真空中微分形式的 Maxwell 方程组, 及 Lorentz 力密度公式  $\vec{f} = \rho\vec{E} + \vec{J} \times \vec{B}$  ( $\rho$  和  $\vec{J}$  分别为自由电荷、电流密度), 证明电磁场满足如下动量守恒律

$$\vec{f} = -\nabla \cdot \vec{T} - \frac{\partial \vec{g}}{\partial t},$$

这里

$$\vec{T} = -\epsilon_0 \vec{E}\vec{E} - \frac{1}{\mu_0} \vec{B}\vec{B} + \vec{I} \left( \frac{\epsilon_0 \vec{E}^2}{2} + \frac{\vec{B}^2}{2\mu_0} \right), \quad \vec{g} = \epsilon_0 \vec{E} \times \vec{B}.$$

- 3、磁导率为  $\mu$  的均匀磁介质充满整个空间, 介质中磁感应强度为  $\vec{B}_0$ 。若在介质中挖去半径为  $R_0$  的球, 当系统达到稳态后:

- (1) 写出此静磁问题的全部定解条件
- (2) 求出球内外的磁感应强度分布
- (3) 解释结果中各项的物理意义

- 4、有一半径为  $R$  的长直螺线管, 单位长度上线圈的匝数为  $n$ , 通以随时间线性变化的电流  $i(t) = Kt$ , 其中  $K$  为常数。考虑一与该螺线管共轴且半径仅略小于  $R$  的假想圆柱体,

证明单位时间内流入单位长度圆柱体的电磁能量  $w$  为  $w = \frac{d}{dt} \left( \frac{L}{2} i^2 \right)$ , 这里

$$L = \mu_0 n^2 \pi R^2.$$

提示: 本问题中位移电流恰好为零。

- 5、真空中有一半径为  $a$  的圆形线圈, 通以谐振电流  $I(t) = I_0 \cos(\omega t)$ , 式中  $I_0$  为常数, 且  $a$  远小于  $\lambda = 2\pi c/\omega$ ,  $c$  为真空中的光速。以圆环中心  $O$  为原点, 圆环轴线为极轴建立球坐标系。现考虑场点  $P(R, \theta, \varphi)$ , 如果  $R \gg \lambda$ ,

- (1) 计算  $P$  点的推迟势  $\vec{A}(R, \theta, \varphi, t)$
- (2) 计算  $P$  点的电场强度  $\vec{E}(R, \theta, \varphi, t)$ 、磁感应强度  $\vec{B}(R, \theta, \varphi, t)$  及电磁场能流密度的周期平均值  $\vec{S}(R, \theta, \varphi)$ 。

以上结果都只要求准确至  $1/R$  的一阶项。

- 6、证明电场  $\vec{E}$  与磁感应强度  $\vec{B}$  的组合  $\vec{E} \cdot \vec{B}$  与参考系变换无关: 它是洛伦兹不变量。